ⅠA

$\boxed{1}$ [1] $9a^2-6a+1=\underline{(3a-1)^2}$ より

$A=\sqrt{(3a-1)^2}+|a+2|=|3a-1|+|a+2|$

・$a>\frac{1}{3}$ のとき $A=3a-1+a+2=\underline{4a+1}$

・$-2\leqq a\leqq\frac{1}{3}$ のとき $A=-(3a-1)+a+2$
$=\underline{-a+3}$

・$a<-2$ のとき $A=-(3a-1)-(a+2)=-4a-1$

よって

(i) $a>\frac{1}{3}$ のとき $A=4a+1=2a+13$ のとき
$2a=12$ で $a=6$ これは $a>\frac{1}{3}$ を満たす

(ii) $-2\leqq a\leqq\frac{1}{3}$ のとき $A=-a+3=2a+13$ のとき
$-3a=10$ より $a=-\frac{10}{3}$
これは $-2\leqq a\leqq\frac{1}{3}$ を満たさない

(iii) $a<-2$ のとき $A=-4a-1=2a+13$ のとき
$-6a=14$ より $a=-\frac{7}{3}$
これは $a<-2$ を満たす

(i)(ii)(iii) より $\underline{a=6,\ -\frac{7}{3}}$

[2] (1) $\overline{p}$ は m または n が偶数より
m が奇数ならば $\underline{n\text{ は偶数}}$ ⓪
m が偶数ならば $\underline{n\text{ はどちらでもよい}}$ ②

(2) p：m かつ n が奇数 $\Longleftrightarrow$ $3mn$ は奇数
よって $\underline{\text{必要十分条件}}$ ⓪

p：m かつ n が奇数 $\overset{\Longrightarrow}{\cancel{\Longleftarrow}}$ r：$m+5n$ は偶数
よって $\underline{\text{十分条件}}$ ②

$\overline{p}$：m または n が偶数 $\overset{\cancel{\Longrightarrow}}{\cancel{\Longleftarrow}}$ r：$m+5n$ が偶数
よって $\underline{\text{どちらでもない}}$ ③

[3] $y=\left(x+\frac{2a-b}{2}\right)^2-\frac{(2a-b)^2}{4}+a^2+1$
$=\left\{x-\left(\frac{b}{2}-a\right)\right\}^2-\frac{b^2}{4}+ab+1$

(1) 頂点 $\underline{\left(\frac{b}{2}-a,\ -\frac{b^2}{4}+ab+1\right)}$

(2) $G=1-(2a-b)+a^2+1$ より
$b=-a^2+2a+4$
$=-(a-1)^2+5$
$\underline{b\text{ の最大値 }5}$ このとき $\underline{a=1}$

このとき G は 頂点 $\left(\frac{5}{2}-1,\ -\frac{25}{4}+5+1\right)$

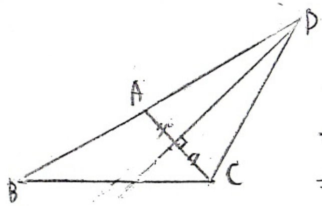
すなわち $\left(\frac{3}{2},\ \frac{-1}{4}\right)$ より

$\underline{x\text{ 軸方向に }\frac{3}{2}}$, y 軸方向に $\underline{\frac{-1}{4}}$

$\boxed{2}$ [1] $\cos\angle BAC=\frac{3^2+2^2-4^2}{2\cdot3\cdot2}=\frac{-3}{12}=\underline{\frac{-1}{4}}$

よって $\underline{\angle BAC\text{ は 鈍角 ②}}$

また $\sin\angle BAC=\sqrt{1-\left(-\frac{1}{4}\right)^2}=\sqrt{\frac{15}{16}}=\underline{\frac{\sqrt{15}}{4}}$



$\cos\angle CAD$
$=\cos(180^\circ-\angle BAC)$
$=-\cos\angle BAC$
$=\underline{\frac{1}{4}}$

AC の中点を M とおくと
$\cos\angle CAD=\frac{AM}{AD}$ より $AD=\frac{AM}{\cos\angle CAD}=\frac{1}{\frac{1}{4}}=\underline{4}$

$\triangle ABC=\triangle ABC+\triangle ACD$
$=\frac{1}{2}\cdot3\cdot2\cdot\frac{\sqrt{15}}{4}+\frac{1}{2}\cdot2\cdot4\cdot\frac{\sqrt{15}}{4}$
$=\frac{3\sqrt{15}}{4}+\frac{4\sqrt{15}}{4}=\underline{\frac{7\sqrt{15}}{4}}$

$\left(\begin{array}{l}\because \sin\angle CAD\\=\sin(180^\circ-\angle BAC)\\=\sin\angle BAC\\=\frac{\sqrt{15}}{4}\end{array}\right)$

[2] ・$\underline{2013\text{年は ③}}$ (70〜75の階級が存在)
・$\underline{2017\text{年は ④}}$ ($75\leqq m<80$, $80\leqq Q_1<85$, $85\leqq Q_3<90$, など)

(2) 正しくないのは
④ (Q_3-Q_1 は 20位 である)
⑦ (2本の破線内に入らない点がある)

(3) ・偏差の和 $(x_1-\overline{x})+\cdots+(x_n-\overline{x})=0$ より
平均値も $\frac{0}{n}=\underline{0}$ ⓪

・X' の平均値
$\frac{1}{nk}\{(x_1-\overline{x})+\cdots+(x_n-\overline{x})\}=\frac{0}{nk}=\underline{0}$ ⓪

・$s(X')=s\left(\frac{X-\overline{x}}{k}\right)=\frac{1}{|k|}s(X)$
$=\frac{s}{s}=\underline{1}$ ①

・M′ と T′ の相関性は変化しないから ⓪ か ②
すべての点が 相関偏差 1以下に分布することはないから $\underline{②}$

$\boxed{3}$ (1) $\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}=\underline{\frac{4}{9}}$, $\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}=\underline{\frac{1}{6}}$

(2) 1回目に 白を取り出すときで
$\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{2}{9}+\frac{1}{6}=\underline{\frac{7}{18}}$

(3) 「白,白」または「赤,白」と出るときで
$p\cdot\frac{1}{2}+(1-p)\cdot\frac{1}{3}=\underline{\frac{1}{6}p+\frac{1}{3}}$

(2) より $p=\frac{7}{18}$ より $\frac{1}{6}\cdot\frac{7}{18}+\frac{1}{3}=\underline{\frac{43}{108}}$

2回目で 白が出る確率を p_2
3回目で 白は
$\frac{1}{6}p_2+\frac{1}{3}=\frac{1}{6}\times\frac{43}{108}+\frac{1}{3}=\underline{\frac{259}{648}}$

(4) 「2回目に白玉を取り出す」
「2回目に 白の袋から取り出す」
の各事象 A, B とすると
$P(A)=\frac{43}{108}$　$P(B\cap A)=\frac{7}{18}\cdot\frac{1}{2}=\frac{7}{36}$
求める確率は
$P_A(B)=\frac{P(B\cap A)}{P(A)}=\frac{\frac{7}{36}}{\frac{43}{108}}=\underline{\frac{21}{43}}$

「3回目に白玉を取り出す」
「3回目で初めて白を取り出す」の各事象を C, D とすると $P(C)=\frac{259}{648}$

$P(C\cap D)=P(D)=\frac{11}{18}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{11}{81}$
求める確率は
$P_C(D)=\frac{P(C\cap D)}{P(C)}=\frac{\frac{11}{81}}{\frac{259}{648}}=\underline{\frac{88}{259}}$

$\boxed{4}$ (1) $49=23\cdot2+3$ より $3=49-23\cdot2$
$23=3\cdot7+2$ より $2=23-3\cdot7$
$3=2\cdot1+1$ より
$1=3-2\cdot1=3-(23-3\cdot7)\cdot1=3\cdot8-23\cdot1$
$=(49-23\cdot2)\cdot8-23\cdot1=49\cdot8-23\cdot17$
よって $49x-23y=1$ …①
$49\cdot8-23\cdot17=1$ …②
①−② より $49(x-8)-23(y-17)=0$
$49(x-8)=23(y-17)$
49, 23 は互いに素より
$x-8=23k$, $y-17=49k$
$\underline{x=23k+8,\ y=49k+17}$
(x 最小は $\underline{x=8,\ y=17}$)

(2) $49x-23y=1$ のとき
$A=49x=49(23k+8)$ 最小は $49\cdot8$
$49x-23y=-1$ のとき
$A=49x=49(-23k-8)$ 最小は $49\cdot15$
よって最小は $(A,B)=\underline{(49\times8,\ 23\times17)}$

$49x-23y=2$ のとき
$A=49x=49\cdot(23k+16)$ 最小は $49\cdot16$
$49x-23y=-2$ のとき
$A=49x=49(-23k-16)$ 最小は $49\cdot7$
($k=-1$ のとき)
このとき $y=-49k-34=49-34=15$
すなわち $(A,B)=\underline{(49\cdot7,\ 23\cdot15)}$

(3) a と $a+2$ の G.C.M. は
差 $a+2-a=2$ の約数より 1 または $\underline{2}$

$a(a+1)(a+2)$ は連続3整数の積より
常に 6の倍数であり、$\underline{m=6}$

(4) $\underline{6762 = 2\cdot 3\cdot 7^2\cdot 23}$

$a(a+1)(a+2)$ は常に $6 = 2\cdot 3$ の倍数

$a,\ a+1,\ a+2$ のいずれか2つが公約数7をもつこともないから、いずれかの因数が $7^2 = 49$ の倍数で

(i) $49k = (23\cdot 2+3)k$ これが23の倍数のとき最小は $k = 23$

(ii) $49k+1 = (23\cdot 2+3)k+1$

これが23の倍数のとき $3k+1$ が23の倍数
最小は $k=15$

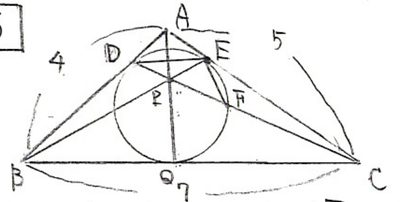
(iii) $49k+2 = (23\cdot 2+3)k+2$

これが23の倍数のとき $3k+2$ が23の倍数
最小は $k=7$

(i)(ii)(iii)より $a+2 = 49k+2$

すなわち $a = 49k$ で $k=7$ のときで
$a = 49\cdot 7 = \underline{343}$ のとき

$\boxed{5}$



$\triangle ABC = \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 5\cdot \sin A = 10\cdot \frac{2\sqrt{6}}{5} = 4\sqrt{6}$

また $\triangle ABC = \frac{r}{2}(4+7+5) = 8r$

$8r = 4\sqrt{6}$ より $r = \underline{\frac{\sqrt{6}}{2}}$

$AD = AE = x$ とおくと

$BD = 4-x,\ CE = 5-x$

$BC = (4-x)+(5-x) = 7$ より

$-2x = -2$ で $x = 1$ すなわち $\underline{AD=1}$

$\triangle ADE$ で余弦定理より

$DE^2 = 1^2+1^2-2\cdot 1\cdot 1\cdot \cos\angle BAC$

$= 2-2\cdot\left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{12}{5}$

$DE>0$ より $DE = \sqrt{\frac{12}{5}} = \underline{\frac{2\sqrt{15}}{5}}$

$\triangle ABC$ でチェバの定理より

$\frac{BQ}{QC}\cdot\frac{4}{1}\cdot\frac{1}{5} = 1$ より $\underline{\frac{BQ}{QC} = \frac{3}{4}}$

よって $BQ = \frac{3}{7}BC = \frac{3}{7}\cdot 7 = \underline{3}$

よって点Qは内接円と辺BCの接点に一致し、

$IQ =$ 内接円の半径 $= \underline{\frac{\sqrt{6}}{2}}$

$\triangle DFE$ で正弦定理より

$\frac{DE}{\sin\angle DFE} = 2r$

よって $\sin\angle DFE = \frac{DE}{2r} = \frac{\frac{2\sqrt{15}}{5}}{\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{15}}{5\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$

ゆえに $\cos^2\angle DFE = 1-\sin^2\angle DFE = 1-\left(\frac{\sqrt{10}}{5}\right)^2$

$= \frac{15}{25}$

$\angle DFE$ は鋭角より $\cos\angle DFE = \sqrt{\frac{15}{25}} = \underline{\frac{\sqrt{15}}{5}}$